

Análise comparativa dos modelos não-lineares COULWAVE e BOUSS3W aplicados à simulação da rebentação

Paulo R.F. Teixeira¹, Conceição Juana Fortes², Liliana Pinheiro² &
Takashi Okamoto²

¹*Escola de Engenharia – FURG, Rio Grande, RS, Brasil*
pauloteixeira@furg.br

²*Laboratório Nacional de Engenharia Civil – LNEC, Lisboa, Portugal*
jfortes@lnec.pt, lpinheiro@lnec.pt, tokamoto@lnec.pt

RESUMO: Nesta comunicação, avalia-se o desempenho de dois modelos do tipo Boussinesq (COULWAVE e BOUSS3W) na simulação da rebentação de ondas num canal de ondas cujo perfil de fundo é do tipo banco-cava e que apresenta variações de largura nos seus trechos iniciais. As principais diferenças entre os modelos estão associadas às equações base, ao método numérico, à precisão e ao domínio de aplicabilidade associados. Os resultados numéricos de ambos os modelos são comparados com os resultados experimentais, no que se refere à elevação da superfície livre. É também realizada uma análise no tempo, espectral e estatística de modo a caracterizar o desempenho dos modelos e a sua capacidade na simulação dos efeitos não-lineares.

PALAVRAS-CHAVE: Propagação não-linear de onda, Rebentação, Modelos de Boussinesq

ABSTRACT: In this paper, the performance of the COULWAVE and the BOUSS3W (Boussinesq) models are validated for wave breaking simulation in a channel, in which the bottom profile is a bar-trough. The main differences among the models are related with the equations, the numerical method, the accuracy and applicability domain. The results obtained by both models are compared with experimental ones, concerning the free surface elevation. A time, spectral and statistical analysis is performed in order to evaluate the performance of both models and its capacity to simulate the nonlinear effects .

KEYWORDS: Non-linear wave propagation, Wave breaking, Boussinesq models

1. INTRODUÇÃO

À medida que as ondas se propagam para zonas de águas pouco profundas, sofrem transformações significativas na sua altura, direção e velocidade, assim como da sua própria forma. Os fenômenos de refração, difração, reflexão e rebentação assim como os fenômenos não-lineares associados a interações onda-onda e onda-corrente são algumas das causas dessas alterações.

No âmbito da modelagem numérica, os modelos numéricos desenvolvidos a partir da equação de Boussinesq foram nas últimas décadas os instrumentos numéricos adotados na simulação dos problemas de propagação de ondas não lineares típicos da engenharia costeira. Dentre dos vários modelos do tipo Boussinesq, neste trabalho utilizam-se os modelos BOUSS3W (Walkley e Berzins [16], Pinheiro [15]) e COULWAVE (Kirby *et al.* [3]).

O modelo de elementos finitos BOUSS3W (Walkley e Berzins [16], Pinheiro [15]) permite simular a propagação de ondas não-lineares e dispersivas em zonas abrigadas de profundidade variável e tem em conta os fenômenos de refração, difração, empolamento, dispersão em frequência, dispersão em direção, geração de harmônicas e reflexão. Este modelo resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [11] com termos adicionais para modelar a geração das ondas no interior do domínio, a absorção e reflexão das ondas nas fronteiras e para controlar as oscilações numéricas. É válido desde águas de profundidade intermediária a águas pouco profundas. O modelo usa o método de Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos para a discretização espacial e foi desenvolvido para aplicações a uma ou duas dimensões (em planta), permitindo obter resultados da elevação da superfície livre e da velocidade horizontal (representativa) em cada ponto do domínio de aplicação.

Um modelo mais complexo completamente não-linear e dispersivo é o modelo de diferenças finitas COULWAVE. Este é um modelo numérico de diferenças finitas desenvolvido por Lynett e Liu [4], [5], [6] e [7], que resolve as equações não-lineares de Boussinesq deduzidas por Wei *et al.* [17]. Este modelo utiliza o conceito de “*multi-layer*” (multi-camada) em que a coluna de água é dividida em várias camadas. A precisão do modelo, assim desenvolvido, depende do número de camadas que se considera, permitindo a sua utilização em águas muito profundas. Deste modo, o modelo é melhor do ponto de vista das características lineares de dispersão. Além disso, foram incluídos termos adicionais associados à dissipação de energia (rebentação, atrito de fundo, espraçamento), à variação no tempo da profundidade, para ter em conta o deslizamento de camadas de terreno emerso ou a ocorrência de sismos que são a causa de tsunamis. O tratamento numérico dessas equações é semelhante ao de Wei *et al.* [17] com exceção de alguns termos não-lineares dispersivos.

Face ao modelo BOUSS3W, COULWAVE permite simular um leque maior de fenômenos intervenientes na transformação da onda em fundos de profundidade variável, pois inclui a refração devida às correntes, o espraçamento (*run-up*) e interações não-lineares de ordem superior. No entanto, o modelo BOUSS3W, apresenta um maior potencial na aplicação a zonas portuárias ou confinadas com fronteiras irregulares pois a malha de elementos finitos e a consideração de diversos coeficientes de reflexão ao longo da fronteira permite uma simulação mais adequada da reflexão das ondas do que o que acontece com o modelo COULWAVE.

No entanto, em ambos os modelos como se admite um dado perfil de velocidade num dado ponto ou para cada camada em que se divide a coluna de água, não é possível descrever convenientemente o escoamento em zonas onde o efeito da profundidade tem importância (zonas de variação brusca da profundidade, de rebentação, de espraçamento, por exemplo). Por outro lado, os fenômenos de dissipação da energia são introduzidos através de termos adicionados à equação original em qualquer dos modelos. No caso particular da rebentação, esta é incluída através da inclusão de um termo de viscosidade turbulenta na equação de conservação da quantidade de movimento, que é dependente de um conjunto de parâmetros relacionados com o início, fim e duração da rebentação, que tem de ser calibrados para cada caso de estudo, tornando-se assim limitações dos modelos numéricos.

É, pois, objetivo deste trabalho analisar o comportamento destes modelos, com diferentes graus de complexidade, na simulação da rebentação de ondas e nesse sentido, decidiu-se aplicá-los ao caso de estudo experimental, Okamoto e Fortes [8], [9] e Okamoto *et al.* [10]. Este caso consiste na simulação da propagação de ondas num canal de ondas cujo perfil de fundo é do tipo banco-cava. A propagação de ondas ao longo desta topografia envolve para além da rebentação das ondas, diversos fenômenos físicos, nomeadamente, o empolamento, a refração, a difração e a dispersão não-linear. Por isso, constitui um ótimo teste para a

validação e comparação dos modelos aqui apresentados.

O canal tem 38 m de comprimento, a largura que varia de 1.0 m e 0.6 m e a profundidade inicial de 0.56 m. Dos casos apresentados pela referência, para este estudo, será analisado o caso da onda incidente de altura $H=0.08$ m e período $T=1.5$ s. Os resultados numéricos de ambas simulações são comparados com os resultados experimentais, no que se refere à elevação da superfície livre e à velocidade das partículas ao longo do canal. É também realizada uma análise no tempo, espectral e estatística de modo a caracterizar o desempenho dos modelos.

Depois desta introdução, descrevem-se na seção 2 os modelos numéricos utilizados e os e na seção 3 os ensaios em modelo físico. Na seção 4, apresentam-se os testes numéricos realizados, as condições de teste, as condições de cada modelo, os resultados e a análise comparativa efectuada.

2. MODELOS NUMÉRICOS

2.1. O modelo BOUSS3W

O modelo BOUSS3W, Walkley e Berzins [16], Pinheiro [15], resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [11] (eq. 1 e 2):

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + g \nabla \eta + \frac{Z_\alpha^2}{2} \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + Z_\alpha \nabla \left(\nabla \cdot \left(h \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot ((h + \eta) \mathbf{u}) + \nabla \cdot \left(\left(\frac{Z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \left(Z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u})) \right) = 0 \quad (2)$$

em que o vetor de velocidade $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, y, t) = (u, v)$ representa o campo de velocidades bidimensional, calculado numa determinada profundidade, Z_α , $\eta = \eta(x, y, t)$ representa a elevação da superfície livre, h é a profundidade do fundo e g é a aceleração da gravidade.

Estas equações de ordem $O(\mu^2, \varepsilon)$, com ε o parâmetro de não-linearidade e μ o parâmetro de dispersão, contêm termos de terceiras derivadas, quer na equação de conservação da massa quer na equação de conservação da quantidade de movimento, e permite a aplicação a águas de profundidade intermédia, $kh < 3$ (k – número de onda). Embora estes sistemas de equações de Boussinesq estendidas tenham melhorado as características de dispersão linear, são ainda formalmente da mesma ordem de precisão que o sistema original de Peregrine [13], no que respeita à não linearidade.

Estas equações são válidas desde águas de profundidade intermediária a águas pouco profundas, e é um modelo indicado para a propagação de ondas não-lineares e dispersivas pois permite reproduzir alguns dos processos mais importantes presentes em regiões costeiras de média a baixa profundidade: a difração, a refração, a reflexão, o empolamento, a dispersão de energia para as harmônicas. Para a integração na vertical, foi admitido um perfil de velocidades tipo a uma profundidade pré-definida.

A resolução espacial destas equações é efectuada pelo método dos elementos finitos Galerkin com uma malha não estruturada de elementos finitos. As malhas de elementos finitos são geradas com o gerador automático GMALHA, Pinheiro *et al.* [14], especialmente criado para modelos de propagação de ondas marítimas.

O modelo utiliza o pacote de integração temporal SPRINT, Berzins *et al.* [1]. Este software fornece um método geral de resolução de sistemas de equações diferenciais parciais ordinárias utilizando passos de tempo e ordens de integração variáveis. As matrizes, nos casos

bidimensionais são esparsas pelo que o método de resolução passa pela fatorização da matriz jacobiana.

Para a geração das ondas (regulares e irregulares) no domínio encontra-se implementada uma condição de geração no interior do domínio por intermédio de uma função fonte, segundo o procedimento de Wei *et al.* [17]. Esta condição permite não só a geração das ondas mas também que as ondas refletidas nas fronteiras físicas do domínio e que se propagam na direção da fonte, possam ser absorvidas evitando a sua permanência no domínio e consequente adulteração das características das ondas.

Como condições de fronteira, são admitidas condições de absorção total, de reflexão total e de reflexão parcial. A condição de absorção total é conseguida através da colocação de uma zona absorvente (*sponge layer*). A condição de reflexão total representa uma parede vertical sólida e impermeável. Note-se que a imposição de condição de fronteira de reflexão total é arbitrária e pode afetar resultados em aplicação em casos reais, por exemplo, no caso de um quebra-mar de enrocamento, parte substancial da energia da onda é dissipada e não refletida. Assim, para a simulação da interação das ondas com uma fronteira física (como é o caso de um quebra-mar ou um cais, falésias rochosas, etc.) é imposta uma condição de fronteira de reflexão parcial.

Relativamente aos fenômenos de dissipação de energia encontram-se implementados no modelo a dissipação de energia por atrito de fundo e pela rebentação da onda. Para o atrito de fundo, a metodologia utilizada consiste em adicionar um termo de tensão tangencial de fundo à equação de conservação da quantidade de movimento, simulando assim a dissipação de energia causada por uma camada limite turbulenta, seguindo o procedimento adotado por Nwogu e Demirbilek [12]. No caso da rebentação, a metodologia utilizada consiste em adicionar um termo de viscosidade turbulenta à equação de conservação da quantidade de movimento, simulando assim a dissipação de energia causada pela rebentação da ondas, seguindo o procedimento adotado por Kennedy *et al.* [2].

Este modelo foi desenvolvido para aplicações a uma e duas dimensões (em planta), permitindo obter resultados da elevação da superfície livre e da velocidade horizontal (representativa) em cada ponto do domínio de aplicação.

2.2. O Modelo COULWAVE

O modelo COULWAVE, Lynett e Liu [4], [5], [6] e [7], é um modelo de diferenças finitas para a propagação de ondas fortemente não-lineares (a razão entre a amplitude da onda e a profundidade pode ser da ordem até 1) e dispersivas, em zonas de profundidade variável. O modelo permite simular a maioria dos fenômenos intervenientes na transformação da onda em fundos de profundidade variável e na presença de correntes, empolamento (linear e não-linear), difração, refração pelo fundo e devida às correntes, dispersão de frequência e de amplitude, espraiamento (*run-up*) e dissipação de energia por rebentação da onda.

As equações do modelo, do tipo de Boussinesq, são deduzidas a partir da integração em profundidade das equações de continuidade e movimento, utilizando o conceito de camadas múltiplas (*multi-layer*). Em cada camada admite-se um dado perfil de velocidades. Com estes perfis de velocidade que coincidem na fronteira entre camadas, é deduzida um conjunto de equações que permite estender a aplicabilidade do modelo a águas muito profundas e apresentar características lineares até $kh \sim 8$ e um comportamento não-linear de 2ª ordem até $kh \sim 6$.

Lynett e Liu [5], [6] e [7] introduziram termos adicionais nas equações de modo a ter em conta o atrito de fundo, a rebentação de ondas, o espraiamento, a geração de ondas no interior do domínio. Além disso, incluíram termos de profundidade dependentes do tempo para ter em

conta a variações do perfil de fundo no tempo devido à ocorrência de um deslizamento ou de um sismo.

A resolução das equações referidas é semelhante à formulação apresentada por Wei *et al.* [17] utilizando um esquema predictor-corrector de Adams-Bashforth. O esquema de diferenças finitas consiste num esquema explícito de Adams-Bashforth de 3ª ordem no tempo para o passo predictor e implícito de 4ª ordem no tempo para o passo corrector. Para as derivadas espaciais são utilizadas diferenças finitas centrais com uma precisão de 4ª ordem. As derivadas espaciais e temporais de ordem superior são efetuadas com uma precisão de 2ª ordem. O modelo é formalmente preciso até Δt^4 em tempo e Δx^4 em espaço. A diferença relativamente a Wei *et al.* [17] refere-se a alguns termos não-lineares dispersivos e à existência de termos adicionais, devidos à dependência temporal da profundidade.

Para as fronteiras exteriores, dois tipos de condições são aplicadas: reflexão total e radiação. No primeiro caso utiliza-se a metodologia de Wei *et al.* [17] enquanto que para a radiação ou condição de fronteira aberta, um esquema de fronteira absorvente (*sponge layers*), de acordo com Kirby *et al.* [3] é usado.

É de salientar que o modelo como admite aproximações para a distribuição vertical da velocidade em cada uma das camadas em que é dividida a coluna de água, variações significativas do fundo podem não ser corretamente simuladas pelo modelo.

Os dados de entrada do modelo COULWAVE encontram-se explicados em Lynett e Liu [5] e alguns dos resultados fornecidos pelo modelo constam das séries temporais e espaciais da elevação da superfície livre e velocidades horizontais nos pontos do domínio definidos pelo utilizador.

2.3. Simulação da rebentação

A implementação da rebentação da onda nos modelos COULWAVE e BOUSS3W é baseada em Kennedy *et al.* [2] e é tratada através da inclusão de termos de viscosidade turbulenta nas equações de conservação da quantidade de movimento, sendo R_{bx} e R_{by} as componentes em x e y do termo R_b , termo a incluir nas equação de quantidade de movimento:

$$R_{bx} = \frac{1}{h+\zeta} \left[\left(\vartheta \left((h+\zeta) u_1 \right)_x \right)_x + \frac{1}{2} \left(\vartheta \left((h+\zeta) u_1 \right)_y + \left((h+\zeta) v_1 \right)_x \right)_y \right] \quad (3)$$

$$R_{by} = \frac{1}{h+\zeta} \left[\frac{1}{2} \left(\vartheta \left((h+\zeta) v_1 \right)_x + \left((h+\zeta) u_1 \right)_y \right)_x + \left(\vartheta \left((h+\zeta) v_1 \right)_y \right)_y \right] \quad (4)$$

em que onde ζ é a elevação da superfície livre, h é a profundidade, u_1, v_1 são as componentes do vetor de velocidade horizontal à profundidade definida em cada camada, g é a aceleração gravítica. os índices x e y representam derivadas espaciais e ϑ é o coeficiente de viscosidade turbulenta, localizado na face frontal da onda. Este coeficiente é definido por:

$$\vartheta = B(h+\zeta)\zeta_t \quad (5)$$

A quantidade B que controla a ocorrência de dissipação de energia e garante uma suave transição entre a rebentação e a zona de não rebentação, é dada por:

$$B = \begin{cases} \delta & \zeta_t \geq 2\zeta_t^b \\ \delta(\zeta_t/\zeta_t^b - 1), & \zeta_t^b \leq \zeta_t \leq 2\zeta_t^b \\ 0, & \zeta_t \leq \zeta_t^b \end{cases} \quad (6)$$

onde δ é um factor amplificador e o parâmetro ζ_t^b determina o início e fim da rebentação da onda. ζ_t^b é determinado do seguinte modo:

$$\zeta_t^b = \begin{cases} \zeta_t^{(F)} & t - t_0 \geq T^b \\ \zeta_t^{(I)} + \frac{t - t_0}{T^b} (\zeta_t^{(F)} - \zeta_t^{(I)}), & 0 \leq t - t_0 \leq T^b \end{cases} \quad (7)$$

em que $\zeta_t^{(I)}$ define o inicio da rebentação, i.e., é o patamar inicial da elevação da superfície livre que tem de ser excedido para a rebentação acontecer, $\zeta_t^{(F)}$ define o fim de rebentação, i.e., é o mínimo valor da elevação da superfície livre para a rebentação continuar, t é o instante local, t_0 é o instante de tempo em que a rebentação da onda ocorre, $t-t_0$ é a idade do evento de rebentação e T^b é o tempo de transição, ou seja, o instante em que se considera que a rebentação cessa. O início e fim da rebentação da onda são determinados utilizando os parâmetros $\zeta_t^{(I)}$ e $\zeta_t^{(F)}$ e do tempo de transição T^b .

Até este ponto o modelo é idêntico ao modelo de Kennedy *et al.* [2]. A diferença reside no fato de que em Kennedy a determinação dos parâmetros é efetuada em termos da velocidade da onda longa linear, i.e., $=0.65\sqrt{gh}$. No caso do COULWAVE e BOUSS3W utiliza-se a velocidade da onda longa não-linear, i.e., $0.65\sqrt{gH}$ (m/s), em que $H=h+\zeta$. Assim, os valores de $\zeta_t^{(I)}$ e $\zeta_t^{(F)}$ são dados por $0.65\sqrt{gH}$ (m/s) e $0.08\sqrt{gH}$ (m/s). O valor da duração da rebentação T^b é dado por $8\sqrt{\frac{H}{g}}$ (s). O valor adotado para δ é 6.5. Estes parâmetros foram definidos com base em testes sobre fundos de inclinação suave. Noutras situações cujos perfis se afastem desta situação ideal, haverá que proceder ao ajuste do valor destes parâmetros.

2.4. Principais diferenças entre os modelos

As diferenças entre os modelos BOUSS3W e COULWAVE, referem-se essencialmente as seguintes:

Domínio de aplicabilidade – Dada a utilização do conceito multi-camada para a obtenção das equações base, a aplicabilidade do modelo COULWAVE estende-se até águas muito profundas e apresenta características lineares até $kh \sim 8$ e um comportamento não-linear de 2ª ordem até $kh \sim 6$. O modelo BOUSS3W resolve as equações de Boussinesq estendidas deduzidas por Nwogu [11], admitido um perfil de velocidades tipo a numa profundidade pré-definida. O domínio de aplicabilidade varia entre águas de profundidade intermediária a águas pouco profundas e apresenta características lineares até $kh < 3$.

Método numérico – Para a discretização espacial, o modelo BOUSS3W utiliza o método dos elementos finitos enquanto o modelo COULWAVE utiliza o método das diferenças finitas.

Fenômenos simulados – O modelo COULWAVE, face a BOUSS3W, permite simular um leque maior de fenômenos intervenientes na transformação da onda em fundos de profundidade variável, pois inclui a refração devida às correntes, o espraiamento (*run-up*), a variação da profundidade com o tempo.

Aplicações a casos reais - O modelo BOUSS3W, apresenta um maior potencial na aplicação a zonas portuárias ou confinadas com fronteiras irregulares pois a malha de elementos finitos e

a consideração de diversos coeficientes de reflexão ao longo da fronteira permite uma simulação mais adequada da reflexão das ondas do que o que acontece com o modelo COULWAVE.

3. ENSAIOS EM MODELO FÍSICO

Os testes experimentais foram realizados no Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Okamoto e Fortes [8] [9] e Okamoto *et al.* [10], num canal com 38.3 m de comprimento, de largura que varia de 1.0 m e 0.6 m. O canal é equipado com um gerador de ondas, Figura 1. A batimetria do fundo do canal numa extensão de 32.4 m, a partir do bater de ondas é constituída por uma zona plana seguida de três rampas de inclinação 1:20, conforme se mostra na Figura 1.

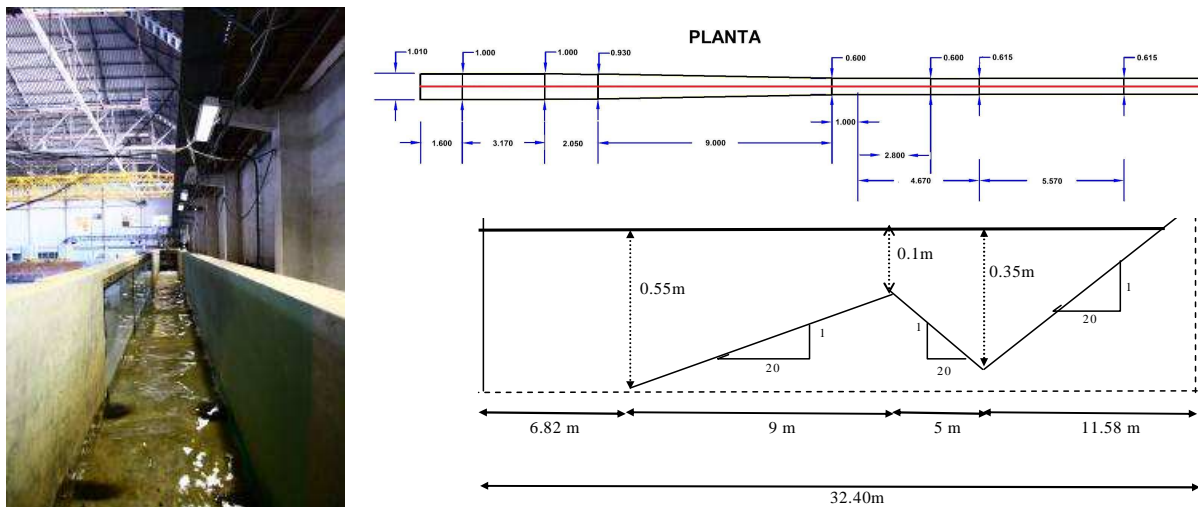


Figura 1. Canal de ensaios experimentais. Fotografia, planta e perfil

As condições de onda simuladas no canal foram limitadas pelas características do gerador de ondas, que apenas consegue simular um período de onda máximo e correspondente altura de onda máxima de $T=2.7$ s e $H=0.23$ m. Assim, apenas foram considerados os casos, correspondendo a períodos de onda de: 1.1, 1.5, 2.0 e 2.5 s e alturas de onda de 0.08, 0.10, 0.15 e 0.20.m. Contudo, no caso de $T=1.1$ s e $H=0.20$ m, verificou-se que as ondas rebentavam imediatamente após a sua formação devido à declividade da onda, pelo que este teste foi excluído.

Foram instaladas sete sondas resistivas para o cálculo da altura de onda, Figura 2. A distância entre sondas foi mantida fixa (0.20 m). A frequência de amostragem dos ensaios foi de 100 Hz. O conjunto de sondas foi posicionado ao longo de 1.20 m, quer iniciando em $x=0$ - série 0, 0.20, 0.40, etc.), quer iniciando em $x=0.10$ m - série 0.10, 0.30, 0.50, etc.).

O ADV (*Acoustic Doppler Velocimeter*) foi usado para medir a velocidade das partículas, Figura 2. As velocidades das partículas são medidas desde $x=0.10$ m até, pelo menos, $x=1.00$ m à frente da zona em que termina a rebentação, dependendo do período da onda, pois a localização da crista situa-se à frente da correspondente localização da cava.

Uma vez que as condições de onda impostas são de águas pouco profundas ou de águas de profundidade intermediária, a variação da velocidade na direção horizontal é pequena ou negligenciável. Assim, o sensor do ADV foi primeiramente colocado no meio da coluna de água. Os testes preliminares mostraram que tal é verdade quando a onda se encontra a

rebrantar. No entanto, depois da rebrantação, mesmo para $T=2.5$ s, cujo d/L_0 é menor que $1/20$ no ponto mais profundo da cava, a velocidade apresenta uma grande variação na vertical. Assim, foram também medidas as velocidades próximo da superfície a partir do término da rebrantação. A frequência de amostragem do ADV foi de 25 Hz.



(a) Sondas de medição



(b) ADV

Figura 2. Configuração do canal de ensaios experimentais.

Os registos das sondas foram obtidos durante 120 s para $T=1.1$ s e 1.5 s e 150 s para $T=2.0$ s e 2.5 s. As velocidades das partículas foram medidas durante 90 s para $T=1.1$ s e 120 s para os restantes períodos. A medição dos valores só se efetuou após um período de 300 s, de modo a estabilizar as condições naturais de oscilação do canal.

A localização do fim da rebrantação foi efetuada por observação visual. A zona da crista da onda onde as bolhas desaparecem é considerada o fim da rebrantação. Desta forma, foram obtidas cerca de 50 amostras e determinado um valor médio.

4. TESTES NUMÉRICOS

4.1. Introdução

Nas seções seguintes, descrevem-se as simulações numéricas da propagação de ondas sobre o fundo banco-cava, com especial atenção à rebrantação de ondas, efetuadas com os modelos BOUSS3W e COULWAVE, para a inclinação de $1/20$ a jusante da banco, com $d=0.1$ m. A condição de agitação aqui testada numericamente corresponde a uma onda de altura $H=0.08$ m e de período $T=1.5$ s.

Para esta condição, avaliou-se o desempenho dos modelos numéricos comparando os respectivos resultados com os experimentais. Foram comparados os valores numéricos (BOUSS3W e COULWAVE) e experimentais correspondentes às séries temporais de elevação da superfície livre e da velocidade das partículas. Depois procedeu-se com base nessas séries à: a) análise no tempo para determinação dos valores da altura de onda significativa, H_S e velocidade máxima, mínima e média de cada registo; b) análise estatística com base nos valores de H_S e das velocidades; c) análise espectral para avaliação do comportamento não-linear dos modelos.

Note-se que antes dos cálculos sistemáticos, foi feita uma análise de sensibilidade para estabelecer os parâmetros associados à rebrantação, utilizados nos modelos BOUSS3W e COULWAVE. Não foi considerada neste trabalho a variação da largura do canal de ondas.

Os cálculos com os modelos BOUSS3W e COULWAVE foram efetuados numa estação de trabalho LINUX CORVUS com quatro processadores AMD Opteron™ 265 de 2GHz e com 8GB de memória RAM, demandando um custo computacional de 2.min para cada 60.s de

tempo real.

4.2. Condições de cálculo do modelo BOUSS3W

Para este caso, o domínio computacional usado pelo modelo numérico BOUSS3W é unidimensional de comprimento 43 m, Figura 3.

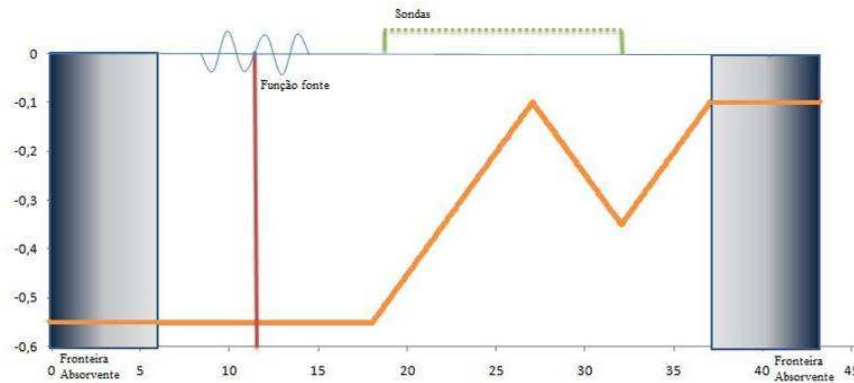


Figura 3. Domínio de cálculo do BOUSS3W. Localização das sondas.

A discretização da batimetria foi fornecida com um espaçamento de $\Delta x=0.05$ m. O próprio modelo gera uma malha de elementos finitos com base num número mínimo de pontos dado pelo utilizador, que neste caso, foi de 15. A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x=12$ m. Consideraram-se duas fronteiras de absorção nos extremos do domínio, com dois comprimentos de onda. Não foi incluído o atrito com o fundo.

Quanto aos valores dos parâmetros relacionados com a rebentação, efectuou-se uma análise de sensibilidade prévia para analisar a sua influência nos resultados numéricos, e, deste modo, obter os valores que melhor se adaptam a esta condição experimental. Os valores considerados foram: início da rebentação, $\zeta_i^{(I)} = 0.65\sqrt{gH}$ (m/s), fim da rebentação, $\zeta_i^{(F)} = 0.15\sqrt{gH}$ (m/s), duração da rebentação, $T^b = 5\sqrt{H/g}$ (s) e $\delta = 1.2$. O tempo total simulado foi de 50 s. Os resultados numéricos foram obtidos em todos os nós da malha de cálculo e, em particular, nas posições das sondas entre 18 m e 32 m com intervalos de 50 cm.

4.3. Condições de cálculo do modelo COULWAVE

Para este caso, o domínio computacional usado pelo modelo numérico COULWAVE é bidimensional de comprimento 32 m e de largura 1 m, Figura 4.

A discretização da batimetria foi fornecida com um espaçamento de $\Delta x=0.05$ m. O próprio modelo gera uma malha de diferenças finitas com base num número mínimo de pontos dado pelo utilizador, que neste caso, foi de 40. O número de Courant admitido foi igual a 0.25. A função fonte (geração de ondas) foi colocada na posição $x=-11$ m. Consideraram-se duas fronteiras de absorção nos extremos do domínio, com um comprimento de onda. Não foi incluído o atrito com o fundo.

Quanto aos valores dos parâmetros relacionados com a rebentação, efectuou-se uma análise de sensibilidade prévia para analisar a sua influência nos resultados numéricos, Okamoto e Fortes [9], e, deste modo, obter os valores que melhor se adaptam a esta condição experimental. Os valores considerados foram: início da rebentação, $\zeta_i^{(I)} = 0.65\sqrt{gH}$ (m/s), fim da rebentação, $\zeta_i^{(F)} = 0.08\sqrt{gH}$ (m/s), duração da rebentação, $T^b = 8\sqrt{H/g}$ (s) e $\delta = 6.5$. O

tempo total simulado foi de 300 s. Os resultados numéricos foram obtidos em todos os nós da malha de cálculo e, em particular, nas posições das sondas entre 6 m e 20 m com intervalos de 50 cm, Figura 4.

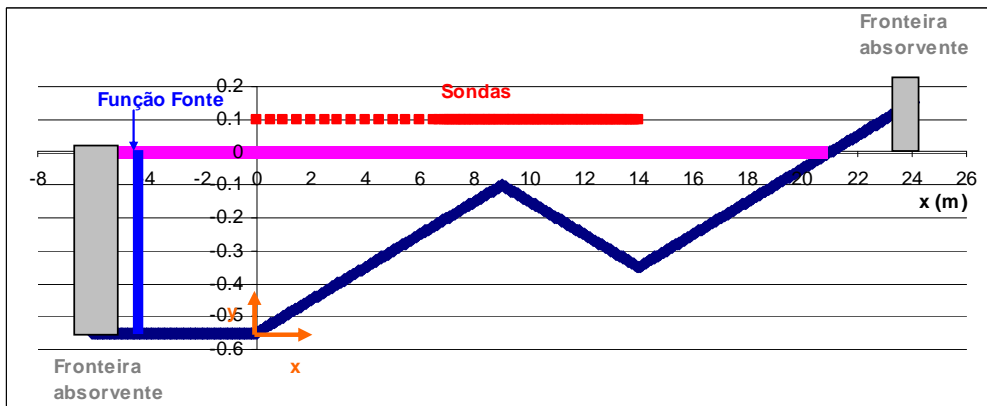


Figura 4. Domínio de cálculo do COULWAVE. Localização das sondas.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Análise das séries de elevação da superfície livre

5.1.1. Séries numéricas e experimentais

Na Figura 5 apresenta-se os resultados numéricos da elevação da superfície livre ao longo do tempo para $x=7.5$ m e $x=9.5$ m (posições antes e após a rebentação) obtidas com os dois modelos numéricos e os correspondentes experimentais.

De uma forma geral, constata-se uma boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais em todas as sondas. Com efeito, verifica-se que à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade acontece a transformação na forma da onda. A deformada da superfície livre apresenta características cada vez mais não-lineares. Verifica-se também o aparecimento de harmônicas à medida que a onda se propaga para zonas de menor profundidade.

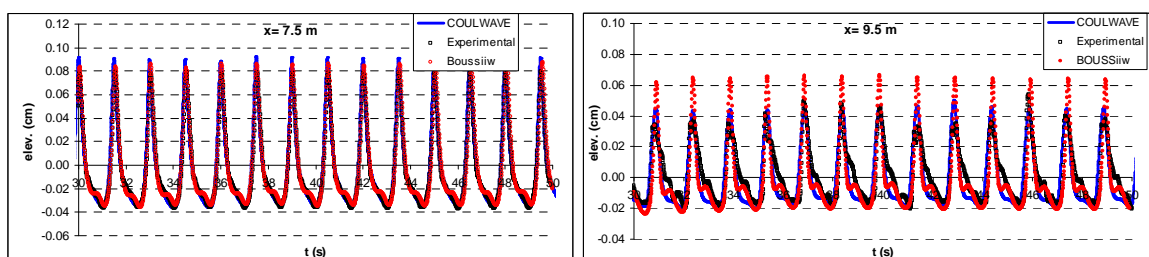


Figura 5. Elevação da superfície livre ao longo do tempo para $x=7.5$ m e 9.5 m. Comparação entre resultados numéricos e experimentais.

Analisando com maior detalhe, verifica-se que para $x=7.5$ m, o andamento das deformadas da superfície livre obtidas com os modelos numéricos é bastante semelhante ao da deformada experimental nesta sonda. Depois na seção, imediatamente após a rebentação $x=9.5$ m as diferenças acentuam-se para os dois modelos numéricos mas especialmente no caso do modelo BOUSS3W.

Com efeito, nesta última seção $x=9.5$ m, o modelo COULWAVE acompanha de uma

forma geral o andamento da deformada da superfície livre, embora ocorram diferenças ao nível da amplitude máxima e mínima da elevação da superfície livre quer da ausência de componentes de ordem superior da frequência que se observam na deformada experimental. No modelo BOUSS3W essas diferenças são mais significativas: no caso de $x = 9.5$ m o modelo reproduz a forma da deformada experimental bem como a existência de harmônicas, mas sobreestima os valores máximos da deformada. Neste caso as características não-lineares das ondas acentuam-se e o modelo BOUSS3W não consegue reproduzir com precisão.

5.1.2. Análise espectral

A partir das séries de elevação da superfície livre calculadas numericamente e das experimentais, determinaram-se os valores da densidade espectral de variância que se apresenta na Figura 6.

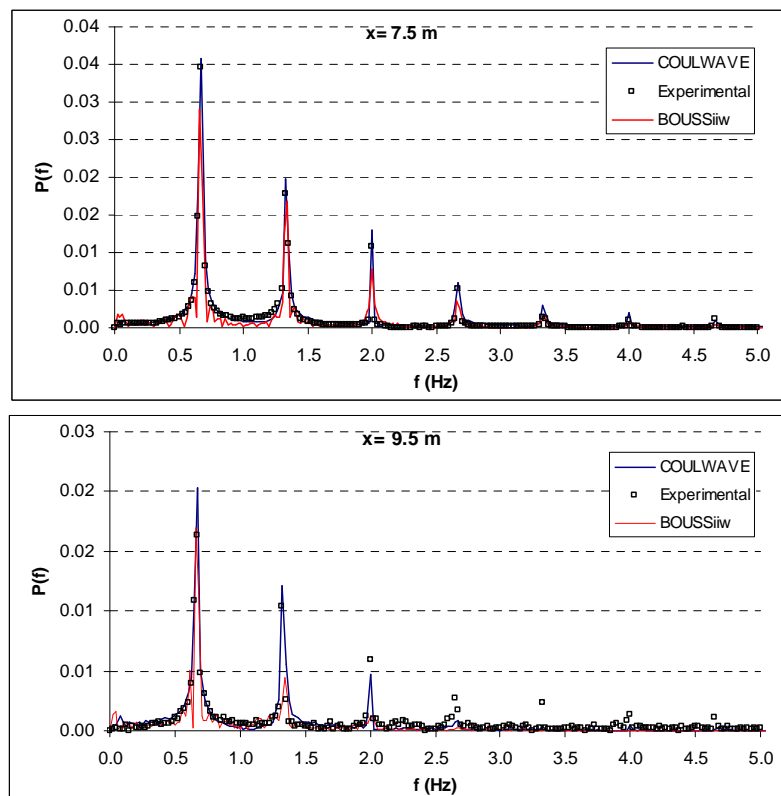


Figura 6. Espectros de energia em diferentes sondas ($x=7.5$ m e 9.5 m) ao longo do domínio.

Da análise destas figuras, verifica-se em geral, uma razoável concordância entre os espectros numéricos e experimentais, principalmente para $x=7.5$ m. Com efeito, para $x=7.5$ m os modelos numéricos conseguem reproduzir as frequências de pico e das harmônicas do espectro experimental, bem como a sua respectiva densidade. Em geral, a concordância com o espectro experimental é melhor para COULWAVE do que para BOUSS3W.

Para $x=9.5$ m, verificam-se diferenças mais acentuadas entre os espectros numéricos e experimentais. Com efeito, e como já era esperado da observação das séries de elevação da superfície livre e das velocidades horizontais (Figura 5 e Figura 8), embora os modelos numéricos consigam reproduzir as frequências de pico e da 2ª e 3ª harmônica do espectro experimental, os espectros numéricos não contém frequências de ordem superior. Além disso, mesmo para as frequências de pico e da 2ª e 3ª harmônica, os valores da densidade respectiva são ligeiramente diferentes do experimental, especialmente no caso do modelo BOUSS3W.

5.1.3. Análise temporal - Altura de onda significativa

Na Figura 7 apresentam-se os valores da altura de onda significativa que caracterizam as séries (numérica e experimental) de valores da elevação da superfície da água, para o caso em estudo, obtidas com os modelos BOUSS3W e COULWAVE.

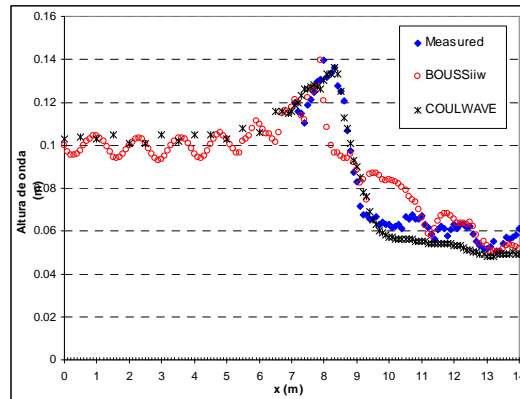


Figura 7. Altura de onda significativa. Comparação entre resultados numéricos e experimentais.

De um modo geral, observa-se que o andamento geral dos resultados numéricos da altura de onda significativa é semelhante aos correspondentes dos resultados experimentais. Ambos os modelos simulam o aumento da altura de onda à medida que a profundidade diminui, a ocorrência de rebentação, próximo de $x \sim 8.0$ m, e o decréscimo da altura de onda depois desta rebentação e a sua manutenção num valor constante mesmo após o fim da rebentação.

No entanto, é claro a melhor concordância dos resultados do COULWAVE face ao BOUSS3W.

Com efeito, com o modelo COULWAVE, os valores da altura de onda são muito semelhantes aos experimentais, mesmo após a rebentação e apresentam o mesmo andamento. Só a partir de $x=9$ m, é que as diferenças entre numéricos e experimentais se acentuam, sendo os numéricos inferiores aos valores experimentais.

Relativamente ao modelo BOUSS3W, embora o andamento geral dos resultados numéricos seja semelhante aos dos experimentais, existem algumas diferenças significativas. Verifica-se uma oscilação dos valores numéricos antes da rebentação, uma ligeira antecipação na previsão do ponto de rebentação, e um decréscimo dos valores numéricos após a rebentação que não é tão acentuado como o que se verifica nos valores experimentais. Com efeito, após a rebentação, o modelo numérico não dissipa da mesma forma a onda como acontece com os valores experimentais e com o modelo COULWAVE, o que leva a crer que o modelo de rebentação implantado no BOUSS3W tenha de ser melhorado.

5.2. Análise das séries de velocidade das partículas

5.2.1. Séries numéricas e experimentais

Na Figura 8 apresentam-se as séries temporais da velocidade horizontal calculada com os modelos BOUSS3W e COULWAVE e as séries medidas nos ensaios para $x=7.5$ m (esquerda), antes de ocorrer rebentação, e para $x=9.5$ m (direita), depois da rebentação, para a profundidade $d=10$ cm e 12 cm respectivamente.

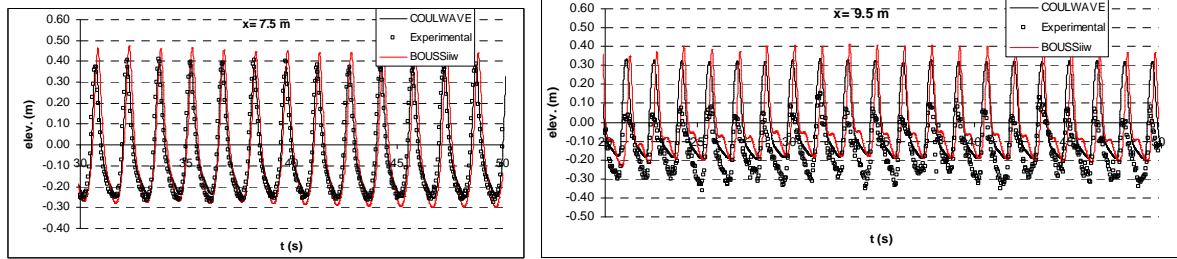


Figura 8. Séries temporais da velocidade das partículas para $x=7.5$ m e $x=9.5$ m. Comparação entre resultados numéricos e experimentais.

Como se pode observar, com ambos os modelos existe uma boa concordância com os resultados experimentais, para $x=7.5$ m, antes da rebentação, que piora para $x=9.5$ m, seção esta depois da rebentação. Com efeito, para $x=7.5$ m, as séries temporais numéricas são praticamente coincidentes com as experimentais. Quanto a $x=9.5$ m, a concordância é muito menor para ambos os modelos. Ambos os modelos apresentam valores muito superiores à deformada experimental, e não conseguem simular as componentes de ordem superior. Note-se que em ambos os modelos se admite um dado perfil de velocidade num dado ponto ou para cada camada em que se divide a coluna de água (no caso do COULWAVE só se admitiu uma camada) pelo que não é possível descrever convenientemente o escoamento em zonas onde o efeito da profundidade tem importância, como por exemplo, após a rebentação.

5.2.2. Envolvente e média da velocidades

Na Figura 9, apresentam-se os valores máximo, mínimo e médio de velocidade das partículas de cada registro correspondentes aos valores e experimentais numéricos obtidos com os modelos BOUSS3W e COULWAVE, para $d=10$ cm, $T=1.5$ s e $H=8$ cm.

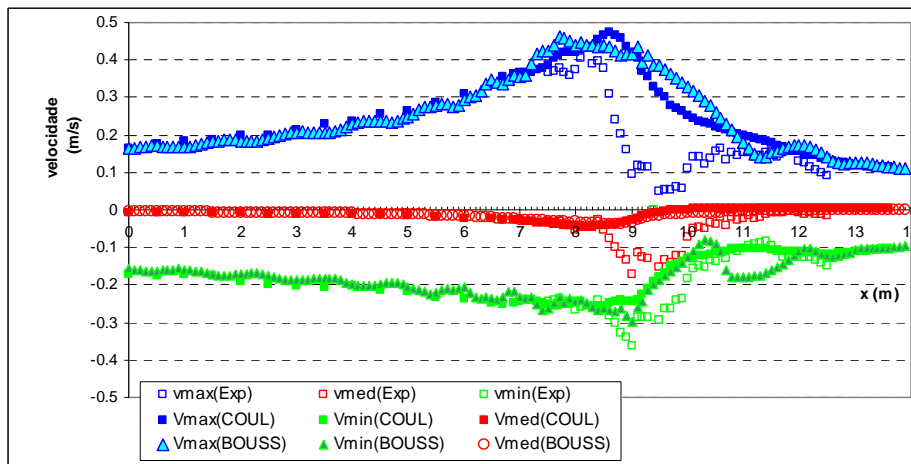


Figura 9. Escoamento médio e envolvente da velocidade das partículas. Comparação entre resultados numéricos e experimentais.

Verifica-se que de uma forma geral, os modelos simulam bastante bem o escoamento médio e envolvente antes da rebentação até $x=9$ m e depois da crista da barra por volta de $x=11.5$ m. Fora dessas seções, as diferenças entre resultados numéricos e experimentais acentuam-se especialmente no que diz respeito ao valor máximo e médio da velocidade das partículas. Não há diferenças muito significativas entre os dois modelos numéricos. Note-se que na zona entre $x=9$ m e 11.5 m, é onde se verifica rebentação com variações bruscas no

perfil de velocidade que não conseguem ser corretamente simuladas pelo modelos numéricos devido a estes serem modelos integrados na vertical.

5.3. Análise estatística

Apresenta-se, nesta seção, a análise estatística realizada com base nos valores numéricos e experimentais de altura de onda significativa e máximo, médio e mínimo da velocidade das partículas obtidos ao longo do domínio. Assim, foram calculados os parâmetros estatísticos erro médio quadrático, RMSE, e o erro médio absoluto, bias. Calculou-se também o índice de concordância de Wilmott, ic , dado por:

$$ic = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - x_i|^2}{\sum_{i=1}^n (|y_i - \bar{x}| + |x_i - \bar{x}|)^2}, \quad (8)$$

onde x_i são os valores experimentais (referência), y_i são os valores dos modelos numéricos, \bar{x} é a média do valor experimental e n é o número de pontos.

Na Tabela 1 apresentam-se os valores do bias, erro médio quadrático e do índice de concordância para os resultados (altura significativa, máximo, média, mínimo da velocidade das partículas) dos dois modelos. Note-se que apenas foram considerados os valores para os quais havia resultados experimentais, o que limita o domínio entre $x=7$ m e $x=14$ m.

Tabela 1. Parâmetros estatísticos.

	COULWAVE				BOUSS3W			
	HS	V_max	V_med	V_min	HS	V_max	V_med	V_min
bias	-0.003	0.110	0.042	0.026	0.002	0.068	0.042	-0.010
RMSE	0.014	0.239	0.100	0.073	0.027	0.263	0.107	0.163
ic	0.995	0.538	0.835	0.978	0.980	0.687	0.815	0.877

Relativamente à altura de onda significativa, ambos os modelos apresentam valores do índice de concordância muito bons, sendo os do COULWAVE melhores do que o modelo BOUSS3W, como seria de esperar face aos resultados observados na Figura 7.

Em geral, os valores obtidos pelo modelo COULWAVE apresentam valores do índice de concordância mais elevados do que o modelo BOUSS3W, principalmente para a velocidade média e mínima. A única exceção é a velocidade máxima, pois após a rebentação os valores da velocidade máxima de COULWAVE são ligeiramente superiores aos de BOUSS3W (Figura 9) e consequentemente as diferenças acentuam-se face aos valores experimentais.

O valor da RMSE para a velocidade máxima (ou a velocidade na crista) é duas vezes superior aos valores correspondentes à velocidade média e mínima. O valor do bias permite concluir que em geral os modelos numéricos sobrestimam a velocidade máxima.

Com base em todos os índices, pode-se concluir que a concordância entre resultados experimentais e numéricos no que diz respeito à velocidade máxima é o maior problema neste tipo de modelos numéricos.

6. CONCLUSÕES

Nesta comunicação, apresentou-se a aplicação de dois modelos numéricos, do tipo Boussinesq, os modelos BOUSS3W (Walkley e Berzins [16], Pinheiro [15]) e COULWAVE

(Kirby *et al.* [3]), à propagação de ondas sobre uma praia com perfil de fundo do tipo bancocava. Pretendia-se avaliar o desempenho destes modelos na simulação da rebentação de ondas, i.e., pretendeu-se analisar as diferenças encontradas nos resultados numéricos quando se consideram diferentes aproximações às equações de Boussinesq, mas que utilizam uma formulação aproximada para a rebentação das ondas.

Os valores da série temporal de elevação da superfície livre e da velocidade das partículas em diversos pontos ao longo do canal foram comparados com os resultados dos ensaios em modelo físico, Okamoto e Fortes [8], [9] e Okamoto *et al.* [10]. Também se efetuou uma comparação dos valores de altura média quadrática e dos valores máximo, médio e mínimo das velocidades da partícula ao longo do canal e das componentes espectrais, correspondentes aos resultados numéricos e aos experimentais. Finalmente, calcularam-se os parâmetros estatísticos (RMSE, bias e índice de concordância) relativo aos valores da altura de onda e da velocidade máxima, mínima e média das partículas.

Os resultados mostraram que os modelos simulam adequadamente a maioria das transformações das características das ondas ao longo da sua propagação e principalmente antes da rebentação. Verifica-se que, numa forma geral, os resultados numéricos apresentam um andamento bastante semelhante ao dos resultados experimentais, quer em relação às séries temporais da elevação da superfície livre quer das velocidades das partículas, na zona antes e imediatamente após a rebentação. Depois dessa rebentação, as diferenças acentuam-se face aos experimentais, principalmente no caso da série de velocidades e no caso do modelo BOUSS3W. Isto é confirmado pela análise espectral, em que a representação das componentes harmónicas e respectiva densidade é efetuada corretamente para seções antes da rebentação em ambos os modelos mas não foi possível reproduzir as componentes de ordem superior nas seções após a rebentação. Explicações para este pior desempenho podem estar relacionadas com: a) os modelos de Boussinesq são integrados na vertical, pelo que não conseguem descrever o escoamento em zonas onde o efeito da profundidade tem importância; b) introdução da rebentação ser efetuada de forma aproximada; c) a variação da largura do canal não foi tida em conta.

Em relação à altura de onda significativa, os resultados dos modelos são bastante semelhantes antes da rebentação e conseguem prever o início da rebentação. Após esta ocorrer, o modelo COULWAVE continua a reproduzir bastante bem o decréscimo da onda até ao término da rebentação, embora após este término os resultados numéricos sejam um pouco inferiores aos experimentais. O mesmo não se passa com o modelo BOUSS3W, o que indica haver um problema na implantação do processo de dissipação da onda após rebentação.

Quanto aos valores da envolvente e média das velocidades, os modelos simulam bastante bem o escoamento médio e a envolvente antes da rebentação e depois da crista da barra mas não conseguem reproduzir a amplitude máxima da velocidade horizontal na zona de rebentação. Este aspecto foi confirmado na análise estatística efetuada, em que se concluiu que a concordância entre resultados experimentais e numéricos no que diz respeito à velocidade máxima é o maior problema neste tipo de modelos numéricos.

Para tentar melhorar o desempenho dos modelos, a utilização de mais camadas no modelo COULWAVE, a resolução dos problemas na implantação do modelo de dissipação de energia no modelo BOUSS3W e a consideração da variação da largura do canal de ondas constituem trabalho futuro.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT) o financiamento concedido através dos projectos PTDC/ECM/67411/2006 e PTDC/ECM/73145/2006. Este

trabalho insere-se no âmbito do convênio entre o LNEC e a FURG.

REFERÊNCIAS

- [1] Berzins M., Furzeland R.M., Scales L.E. A user's manual for SPRINT -a versatile software package for solving systems of algebraic, ordinary and partial differential equations: Part 3 - advanced use of SPRINT, 1985. Technical Report TNER.85.058, Thornton Res. C, Chester.
- [2] Kennedy A. B., Chen Q., Kirby J. T., Dalrymple R. A. Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. I: 1D. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. P. 39-47, 2000.
- [3] Kirby, J.T., G. Wei, Q. Chen, COULWAVE 1.0 Fully nonlinear Boussinesq wave model. Documentation and user's manual, UD, Newark, 1998. Relatório CACR 98 06.
- [4] Lynett P, Wu T., Liu PL-F. Modelling wave run-up with depth-integrated equations. *Coastal Engineering*, 46, p. 89-107, 2002.
- [5] Lynett P, Liu PL-F. Modelling wave generation, evolution and interaction with Depth-Integrated, Dispersive Wave equations. COULWAVE Code Manual, 2004. Cornell Univ. Long Inter.
- [6] Lynett P, Liu PL-F. A two-layer approach to water wave modelling. *Proc. Royal Society of London A*. 460, p.2637– 2669, 2004.
- [7] Lynett P, Liu PL-F. A numerical study of submarine landslide generated waves and run-up *Proceedings of the Royal Society of London A*. 458, p. 2885–2910, 2002.
- [8] Okamoto, T., Fortes, C.J. E.M. Wave Breaking Termination on Bar-trough Shaped Beaches. 18th International Offshore and Polar Engineering Conference, Lisbon, Portugal, p. 811-819, 2008.
- [9] Okamoto, T., Fortes, C.J.E.M. Desempenho do modelo COULWAVE na simulação da rebentação sobre um perfil barra fossa. Análise de critérios de rebentação. Congresso de Metodos Numéricos. Barcelona, 29 a 5 Julho, 2009.
- [10] Okamoto T., C.J.E.M. Fortes, Neves, M.G. Evaluation of the vertical profile of particle velocity in nonlinear numerical models on the wave propagation over a bar trough profile beach. 10th International Coastal Symposium ICS 2009. Lisboa, Portugal, 13 a 18 de Abril, 2009.
- [11] Nwogu, O. Alternative form of Boussinesq equations for near-shore wave propagation. *J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 119 (6), p. 618 638, 1993.
- [12] Nwogu, O. E Demirbilek, Z. BOUSS-2D: A Boussinesq Wave Model for Coastal Regions and Harbors. Report 1 Theoretical Background and User.s Manual, 2001. ERDC/CHL TR-01-25, U.S. Army Corps of Engineers.
- [13] Peregrine, D.H. Long waves on a beach. *J. Fluid Mechanics* 27, p. 815-827, 1967.
- [14] Pinheiro, L., Fernandes, J.L.M., Fortes, C.J. E.M. Finite Element Mesh Generator with Local Density Conditioned to Bathymetry for Wave Propagation Models in Coastal Zones. *Proc. of EUA4X@IAC 06*, Roma Italy, October 2006. IMACS Series in Comp.and Applied Mathematics, 12, p. 71-80, 2006.
- [15] Pinheiro. L. Um método de elementos finitos para a discretização das equações de Boussinesq estendidas. Tese de mestrado, 2007. Engenharia Mecânica, IST.
- [16] Walkley, M.; Berzins, M. A finite element method for the two-dimensional extended Boussinesq equations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 39(2), p.865–885, 2002.
- [17] Wei, G., Kirby, J. T., Sinha, A. Generations of waves in Boussinesq models using a source function method, *Coastal Eng.*, 36(4), p. 271-299, 1999.