



V SEMINÁRIO E WORKSHOP EM ENGENHARIA OCEÂNICA

Rio Grande, 07 a 09 de Novembro de 2012

CONSTRUCTAL DESIGN APLICADO A PLACAS COM FUROS ELÍPTICOS SOB FLAMBAGEM

Anderson L. G. Correia¹, Thiago da Silveira¹, Caio C. C. da Silva¹, Luiz A. O. Rocha², Mauro de V. Real¹,
Elizaldo D. dos Santos¹, Liércio A. Isoldi¹

¹ Universidade Federal do Rio Grande
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica
Avenida Itália, km 8, CP. 474, Rio Grande, RS, Brasil
e-mail: anderson_luis_88@hotmail.com
e-mail: engmects@hotmail.com
e-mail: caiocesarcivil@hotmail.com
e-mail: mauroreal@furg.br
e-mail: elizaldosantos@furg.br
e-mail: liercioisoldi@furg.br

² Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Departamento de Engenharia Mecânica
Rua Sarmento Leite, 425, Porto Alegre, RS, Brasil
e-mail: luizrocha@mecanica.ufrgs.br

RESUMO

Elementos estruturais esbeltos submetidos a cargas de compressão axial podem falhar de maneira súbita devido a um fenômeno de instabilidade conhecido como flambagem. A flambagem é considerada uma instabilidade elástica, assim, a peça pode perder sua estabilidade sem que o material já tenha atingido a sua tensão de escoamento. Este colapso ocorrerá sempre na direção do eixo de menor momento de inércia de sua seção transversal. Em muitas situações é necessária a utilização de placas perfuradas. Nesse artigo, a Teoria Constructal será utilizada para otimizar geometricamente placas finas perfuradas, submetidas a compressão uniaxial, tendo como objetivo obter a dimensão ótima do furo que maximize a carga crítica de flambagem. Para isso diversas simulações numéricas foram realizadas, utilizando um modelo computacional baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF). Observou-se que para todos os valores de ϕ (relação entre o volume do furo e o volume da placa) analisados, a placa que apresenta melhor desempenho sob compressão uniaxial é a que possui a maior relação H/L (relação entre a altura e o comprimento da placa). No que diz respeito à análise individual de cada placa, a que obteve o maior acréscimo percentual no valor de carga crítica de flambagem em relação a uma placa sem furo foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), chegando a 198,98%. A placa que apresentou o menor acréscimo percentual foi a placa 4 ($H/L = 0.25$), com 7,72%. Ao realizar uma comparação global entre as placas, a que obteve o melhor desempenho foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), apresentando uma carga crítica máxima de flambagem 176.85% maior que a carga crítica máxima na placa de pior desempenho, placa 4 ($H/L = 0.25$).

Palavras-chave: Teoria Constructal, flambagem de placas perfuradas, carga crítica, otimização geométrica, Método dos Elementos Finitos (MEF).

1. INTRODUÇÃO

As placas finas são elementos estruturais comumente utilizados em edifícios, pontes, navios, aviões e automóveis. Além disso, muitas estruturas necessitam de furos para a redução do peso próprio ou para fins de

acesso, serviços e até mesmo estética. A presença de furos gera uma redistribuição de tensões acompanhada por uma mudança no comportamento mecânico das placas (Cheng e Zhao, 2010).

Quando estes componentes estruturais são submetidos a uma compressão axial, pode ocorrer flambagem (Megson, 2005). Na flambagem, no momento em que a carga crítica é atingida, ocorre uma súbita flexão da placa na direção transversal ao plano de aplicação da carga (Åkesson, 2007).

Normalmente essa carga possui valor muito inferior à carga que atingiria a tensão de escoamento do material.

O estudo do fenômeno concentra-se em duas categorias: flambagem elástica e flambagem elasto-plástica. Na categoria de flambagem elástica, El-Sawy e Nazmy (2001) investigaram o efeito da geometria nas cargas críticas de flambagem em placas retangulares com furos excêntricos de formato circular e retangular, submetidas a carregamento uniaxial. El-Sawy e Martini (2007) utilizaram o método dos elementos finitos para determinar as cargas de flambagem em placas retangulares carregadas biaxialmente com furos circulares centrados. Já Moen e Schafer (2009) desenvolveram expressões analíticas validadas e resumidas para estimar a influência de furos únicos ou múltiplos na carga crítica de flambagem de placas em flexão ou compressão. No grupo de estudos dedicados para o problema da flambagem elasto-plástica, El-Sawy et al. (2004) investigaram placas quadradas e retangulares carregadas uniaxialmente com furos circulares, incluindo algumas recomendações sobre o tamanho e a posição do furo em placas de diferentes proporções geométricas e coeficientes de esbeltez. Já Paik (2007a, 2007b e 2008) estudou as características do limite de ruptura de placas perfuradas sob carga de cisalhamento, carregamento de compressão axial e compressão biaxial combinadas, propondo um sistema de equações empíricas para prever o limite de ruptura com base na análise de regressão dos resultados de análises não-lineares por elementos finitos. Os estudos de Maiorana et al. (2008 e 2009) concentraram-se nas análises lineares e não lineares por elementos finitos de placas perfuradas submetidas à carga simétrica localizada. Real et al. (2011) realizaram a otimização geométrica de placas perfuradas sob flambagem, para três tipos de furos, utilizando a Teoria Constructal.

A Teoria Constructal, que será utilizada ao longo desse trabalho, é baseada no princípio da ótima distribuição das imperfeições. Desse modo, empregando uma abordagem computacional aliada à Teoria Constructal, o objetivo deste trabalho foi obter a geometria ótima do furo elíptico em placas finas sob flambagem elástica, de forma a maximizar a carga crítica suportada pela mesma. Até o momento, a maioria dos estudos empregando a Teoria Constructal é dedicada ao desenvolvimento de geometrias ótimas em problemas de mecânica dos fluidos e de transferência de calor. No entanto, é possível considerar as estruturas sólidas como sistemas que são configurados de modo a facilitar o fluxo de tensões. Esse ponto de vista é bastante incomum, mas é eficaz quando o objetivo é descobrir a melhor configuração do volume submetido ao esforço (Lorente et al., 2010). Quando a Teoria Constructal é utilizada na investigação de geometrias ótimas em estruturas sólidas, utiliza-se a denominação de Constructal Design.

2. METODOLOGIA

Inicialmente uma placa sem furo foi estudada analiticamente e numericamente. Os resultados obtidos foram comparados para realizar a verificação do modelo numérico. Depois o valor da carga crítica de flambagem presente na placa sólida foi adotado como parâmetro comparativo para as placas perfuradas de iguais dimensões. Por fim, o processo de otimização geométrica através da Teoria Constructal foi realizado.

2.1 Flambagem de Placas

Em inúmeras situações de projeto, placas finas são submetidas a cargas de compressão uniaxial. A grande esbeltez desses componentes faz com que elas sejam suscetíveis a instabilidades como a flambagem (Real e Isoldi, 2010). Para uma placa fina retangular com comprimento L , largura H , espessura t e submetida a uma carga P , a solução analítica para a sua tensão crítica é dada por (Åkesson, 2007; El-Sawy e Nazmy, 2001; Wang et al., 2005):

$$\sigma_{cr} = k\pi^2 E / [12(1 - \nu^2)(H/t)^2] \quad (1)$$

onde π é uma constante matemática, E e ν são o módulo de Young e coeficiente de Poisson do material, respectivamente, a razão H/t é a esbeltez da placa e k é o coeficiente de flambagem, dado por:

$$k = [m(H/L) + (1/m)(L/H)]^2 \quad (2)$$

sendo m o número de meias ondas que ocorrem na placa na direção longitudinal, definindo o modo de flambagem da placa.

Quando a carga P atinge o valor crítico, ocorre a flambagem da placa que pode ocasionar o colapso da mesma em seguida. Para uma carga abaixo desse valor, é possível aplicar uma carga transversal adicional sem que ocorra flambagem. Quanto mais próximo for o valor da carga axial do valor da carga crítica, menor é a capacidade da estrutura em suportar uma carga transversal adicional. Quando a carga axial atinge o valor da

carga crítica, essa capacidade é nula. A carga crítica de flambagem é definida pelo produto da tensão crítica de flambagem pela espessura da placa:

$$P_{cr} = (k\pi^2 Et^3)/[12H^2(1 - \nu^2)] \quad (3)$$

A Tabela 1 mostra as propriedades do material e as dimensões das placas estudadas nesse trabalho.

Tabela 1. Características das placas sólidas.

Característica	Placa 1	Placa 2	Placa 3	Placa 4
E	210.0 GPa	210.0 GPa	210.0 GPa	210.0 GPa
ν	0.3	0.3	0.3	0.3
H	1.0 m	1.0 m	1.0 m	1.0 m
L	1.0 m	2.0 m	3.0 m	4.0 m
t	10.0 mm	10.0 mm	10.0 mm	10.0 mm

Aplicando a Eq. (2), utilizando as informações da Tab. 1 e assumindo que são geradas uma, duas, três e quatro meias ondas na direção longitudinal das placas 1, 2, 3 e 4, respectivamente, obtém-se os coeficientes de flambagem: $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 4.0$. Através da Eq. (3), os valores analíticos para a carga crítica de flambagem para as placas 1, 2, 3 e 4 são $P_{cr1} = P_{cr2} = P_{cr3} = P_{cr4} = 759.20$ kN/m.

O modelo numérico foi desenvolvido através do software de elementos finitos ANSYS®. Foi utilizado o elemento SHELL93 de oito nós e integração reduzida. O elemento possui seis graus de liberdade em cada nó: três translações (u , v , w) e três rotações (θ_x , θ_y , θ_z) (ANSYS User's Manual, 2005).

Para o estudo numérico do fenômeno da flambagem foi adotada a análise elástica de autovalores. As equações de equilíbrio por elementos finitos para este tipo de análise envolvem a solução de equações algébricas homogêneas cujo autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor associado representa o primeiro modo de flambagem (Madenci e Guven, 2006).

A formulação utilizada na análise inclui tanto os termos lineares como os não-lineares. Assim, a matriz de rigidez total $[K]$, é obtida pela soma da matriz de rigidez convencional para pequenas deformações, $[K_E]$, com outra matriz, $[k_g]$, chamada matriz de rigidez geométrica. A matriz $[k_g]$ depende não só da geometria, mas também do esforço normal de compressão existente no início do carregamento, $\{P_0\}$. Então, o deslocamento total da placa $\{U\}$ associado a um nível de carga $\{P_0\}$ pode ser escrito como (Przemieniecki, 1985):

$$\{U\} = [[K_E] + \lambda[K_G]]^{-1} \lambda\{P_0\} \quad (4)$$

onde λ é um escalar.

Na flambagem, a placa apresenta um grande crescimento nos deslocamentos sem crescimento da carga. Por definição matemática é possível determinar a matriz inversa como a matriz adjunta dividida pelo determinante dos coeficientes, então os deslocamentos $\{U\}$ tendem a infinito quando:

$$\det[[K_E] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (5)$$

A Equação (5) representa um problema de autovalores, que quando resolvido gera o menor autovalor, λ_1 , que corresponde à carga crítica $\{P_{cr}\} = \lambda_1\{P_0\}$ em que ocorre flambagem. Além disso, o vetor de deslocamento associado $\{U\}$ define a forma do modo de flambagem. O problema de autovalores é resolvido usando o método numérico de Lanczos (ANSYS User's Manual, 2005).

Logo, para a verificação do modelo computacional, as cargas críticas de quatro placas não perfuradas foram numericamente avaliadas e o resultado foi comparado com as soluções analíticas dadas pela Eq. (3). As placas foram discretizadas adotando um elemento triangular com lados de tamanho de 50.00 mm (H/20). Os resultados numéricos para a carga crítica de flambagem nas placas 1, 2, 3 e 4 foram 753.99 kN/m, 755.30 kN/m, 755.74 kN/m e 755.95 kN/m, mostrando uma diferença de -0.69%, -0.51%, -0.46% e -0.43%, respectivamente, em relação às soluções analíticas, o que mostra a boa precisão do modelo numérico.

2.2 Constructal Design aplicado a Placas Perfuradas sob Flambagem

A Teoria Constructal quando usada na otimização geométrica de problemas de engenharia é chamada de *Constructal Design*. Neste trabalho o *Constructal Design* foi empregado no estudo de placas finas com furo elíptico centrado, considerando quatro diferentes dimensões de placas: 1m x 1m, 1m x 2m, 1m x 3m e 1m x 4m. As dimensões dos furos sofreram variações, sendo governadas por um parâmetro chamado fração volumétrica (ϕ). Esse parâmetro representa a relação entre o volume do furo (V_0) e o volume total da placa sem furo (V). Então, para a placa com um furo elíptico centrado (Fig. 1), a fração volumétrica é definida por:

$$\phi = V_0/V = [(\pi H_0 L_0 t)/4]/(HLt) = (\pi H_0 L_0)/(4HL) \quad (6)$$

onde H_0 e L_0 são as características dimensionais do furo nas direções y e x , respectivamente; H é a largura da placa, L é o comprimento e t é a espessura da placa.

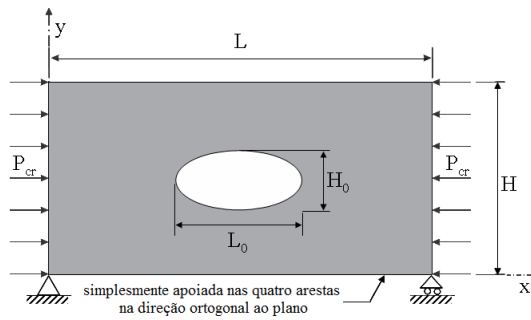


Figura 1. Placa com furo elíptico centrado.

O objetivo em todas as análises foi determinar a geometria ótima do furo (H_0/L_0) que é caracterizada pela maximização carga crítica de flambagem. Com base na Teoria Constructral, as variáveis do problema foram consideradas adimensionais:

$$\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{t}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0 = (x, y, t, H, L, H_0, L_0) / (HL)^{1/2} \quad (7)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A análise foi realizada considerando três diferentes valores de fração volumétrica, ϕ , para cada uma das placas. Foram estudadas quatro diferentes relações de H/L . Uma variação do grau de liberdade H_0/L_0 foi realizada para cada caso. Além disso, os valores numericamente obtidos para a carga crítica de flambagem foram divididos pela carga crítica analítica da placa sem perfuração, definindo assim a carga crítica adimensional.

A Figura 2 mostra o comportamento da carga crítica adimensional de flambagem em função do grau de liberdade H_0/L_0 para a placa 1 com furo elíptico centrado.

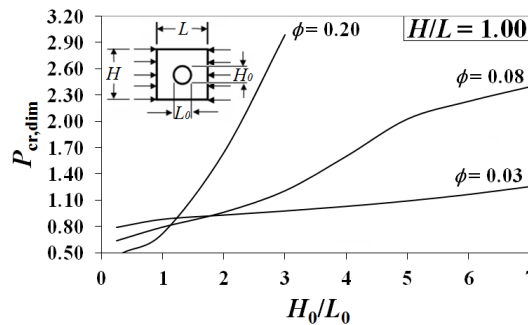


Figura 2. Placa 1: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Percebe-se na Fig. 2 que para cada fração volumétrica há um valor máximo de carga crítica localizado no extremo superior da relação H_0/L_0 . Nota-se também, para valores de H_0/L_0 superiores a 2.0, um aumento da carga crítica com o aumento de ϕ .

Na Figura 3 são mostradas as topologias referentes aos valores máximos de carga crítica de flambagem para as três frações volumétricas (ϕ): 0.03 (Fig. 3(a)), 0.08 (Fig. 3(b)) e 0.20 (Fig. 3(c)) e respectivas relações de H_0/L_0 otimizadas.

O comportamento da placa nas Fig. 3(a), Fig. 3(b) e Fig. 3(c) indica a formação de duas meias ondas.

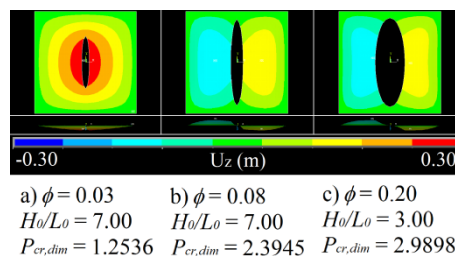


Figura 3. Forma flambada da placa 1.

Posteriormente, analisou-se a placa 2, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na Fig. 4.

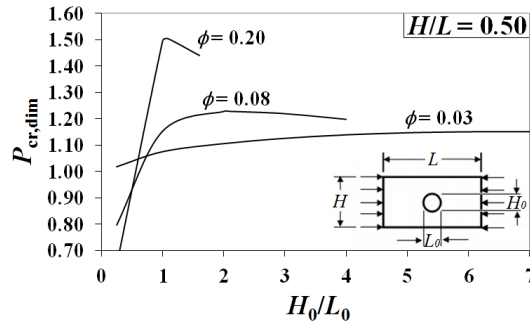


Figura 4. Placa 2: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Comparando o comportamento exposto na Fig. 4 com o comportamento apresentado na Fig. 2, é possível verificar uma tendência diferente, ou seja, o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 , ocorre em uma zona intermediária do intervalo. A carga crítica é maior para valores de H_0/L_0 superiores a 1.0, o que caracteriza elipses com eixo maior na direção vertical.

A Figura 5 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 2, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 6.58 (Fig. 5(a)), 2.10 (Fig. 5(b)) e 1.08 (Fig. 5(c)).

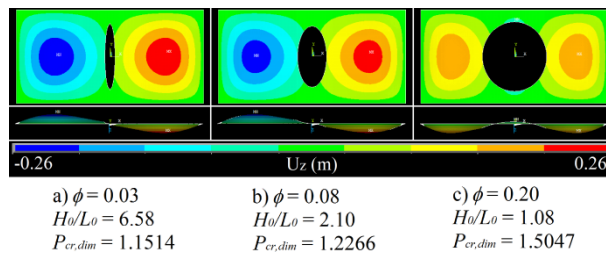


Figura 5. Forma flambada da placa 2.

Nota-se que para uma menor relação H_0/L_0 , que representa uma maior intrusão do furo na placa na direção longitudinal, três meias ondas são formadas, como observado na Fig. 5(c). Já as outras duas topologias (Fig. 5(a) e Fig. 5(b)) são muito semelhantes entre si. Em ambas ocorre a formação de duas meias ondas e possuem deslocamentos distribuídos de maneira mais uniforme em relação à Fig. 5(c).

Em seguida, foi analisada a placa 3, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na Fig. 6.

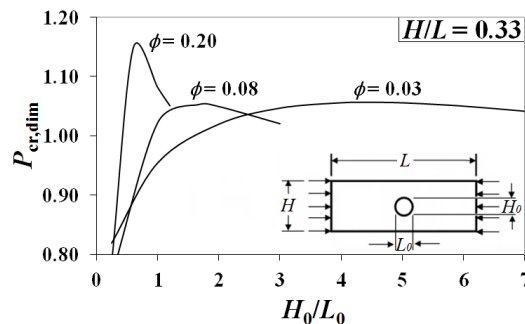


Figura 6. Placa 3: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Observa-se na Fig. 6 um comportamento semelhante ao apresentado na Fig. 4, onde o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 ocorre em uma zona intermediária do intervalo.

A Figura 7 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 3, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e suas respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 4.47 (Fig. 7(a)), 1.67 (Fig. 7(b)) e 0.60 (Fig. 7(c)).

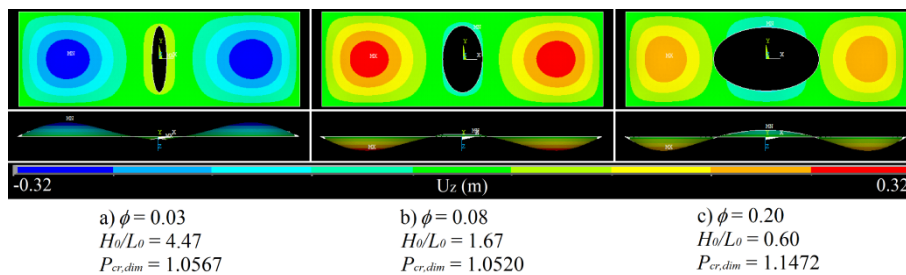


Figura 7. Forma flambada da placa 3.

Nota-se que nas três topologias exibidas na Fig. 7, diferentemente dos casos anteriores, há a formação de três meias ondas.

Por último, foi analisada a placa 4, e os resultados da carga crítica adimensional de flambagem em função da relação H_0/L_0 são apresentados na Fig. 8.

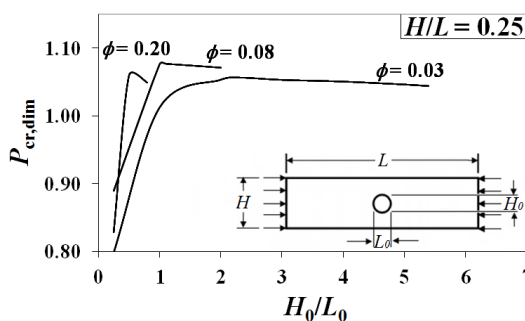


Figura 8. Placa 4: otimização da carga crítica adimensional de flambagem.

Observa-se na Fig. 8 um comportamento semelhante ao apresentado nas Fig. 4 e Fig. 6, onde o valor máximo para a carga crítica em função da variação do grau de liberdade H_0/L_0 ocorre em uma zona intermediária do intervalo.

A Figura 9 mostra as topologias do modo de flambagem para a placa 4, com frações volumétricas de $\phi = 0.03$, $\phi = 0.08$ e $\phi = 0.20$ e suas respectivas relações ótimas de H_0/L_0 : 2.31 (Fig. 9(a)), 1.11 (Fig. 9(b)) e 0.50 (Fig. 9(c)).

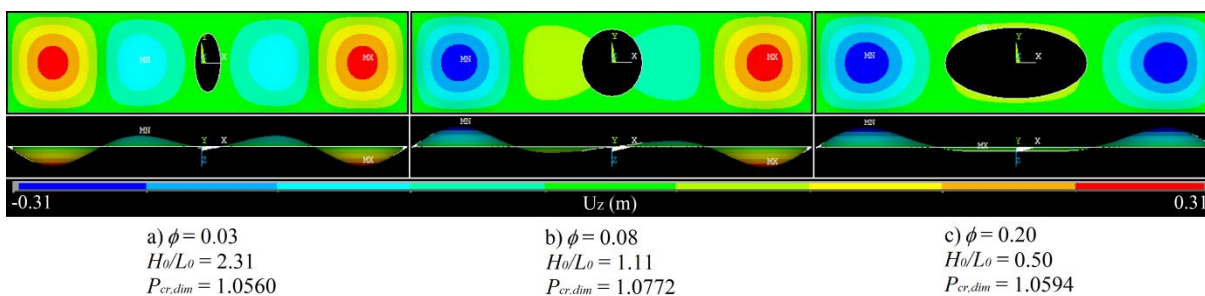


Figura 9. Forma flambada da placa 4.

Nota-se que para uma menor relação H_0/L_0 , que representa uma maior intrusão do furo na placa na direção longitudinal, três meias ondas são formadas, como observado na Fig. 9(c). Já as outras duas topologias (Fig. 9(a) e Fig. 9(b)) são muito semelhantes entre si, em ambas ocorre a formação de quatro meias.

A Figura 10(a) mostra a influência da fração volumétrica sobre a máxima carga crítica adimensional de flambagem para as quatro placas estudadas. Isso enfatiza que a carga crítica cresce com a elevação da relação H/L e também com o aumento da fração volumétrica ϕ , com exceção da placa 4 ($H/L = 0.25$), na qual ocorre um pequeno decréscimo da carga crítica com a elevação de ϕ .

A Figura 10(b) mostra os valores otimizados $(H_0/L_0)_o$ em função da fração volumétrica (ϕ) para cada uma das quatro placas abordadas. Pode-se observar que o mesmo comportamento é exibido nas placas 2, 3 e 4: o valor ótimo $(H_0/L_0)_o$ decresce com o aumento da fração volumétrica do furo (ϕ). Já no caso da placa 1, ocorre uma pequena elevação do valor ótimo $(H_0/L_0)_o$ para o intervalo de ϕ situado entre 0.03 e 0.07, e um decréscimo desse valor ótimo para valores superiores de ϕ .

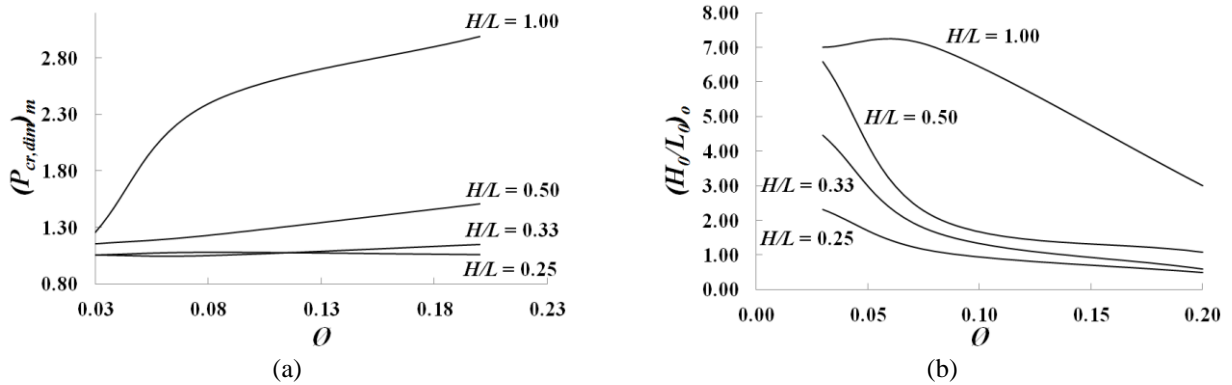


Figura 10. Influência de \emptyset . (a) Máxima carga crítica adimensional de flambagem $(P_{cr,dim})_m$ como função de \emptyset para todas as placas. (b) Relações otimizadas de $(H_0/L_0)_o$ como função de \emptyset para todas as placas.

A Tabela 2 mostra os acréscimos percentuais de carga crítica em cada placa.

Tabela 2. Acréscimo percentual de carga crítica.

	Placa 1	Placa 2	Placa 3	Placa 4
P_{cr} Placa sem Furo	753.99 kN/m	755.30 kN/m	755.74 kN/m	755.95 kN/m
P_{cr} Máxima	2254.30 kN/m	1136.50 kN/m	866.97 kN/m	814.28 kN/m
Percentual de Acréscimo	198.98 %	50.47 %	14.72 %	7.72 %

Por último, a Fig. 11 mostra os valores máximos de carga crítica adimensional em função da relação H/L para cada uma das três frações volumétricas analisadas (\emptyset). Pode-se observar que o mesmo comportamento ocorre para as três frações volumétricas: o valor máximo de carga crítica adimensional de flambagem $(P_{cr,dim})_m$ apresenta elevação com o aumento de H/L .

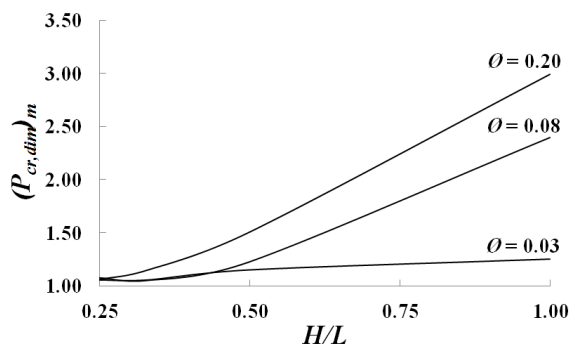


Figura 11. Carga crítica adimensional máxima como função de H/L para todas as frações volumétricas (\emptyset).

É importante salientar que o método utilizado para a determinação da carga crítica de flambagem nas placas assume um comportamento linear elástico do material. Sendo assim, os resultados obtidos aqui são válidos apenas se a carga crítica de flambagem calculada não gera tensão normal superior à tensão de escoamento do material, quando aplicada à placa. Se o limite de escoamento for atingido, torna-se necessária uma análise não linear de elementos finitos, incluindo não linearidades física e geométrica (Real et al., 2011).

4. CONCLUSÕES

A importância de placas finas perfuradas como membros estruturais é evidente em muitas aplicações de engenharia. Portanto, este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de obter a melhor geometria elíptica que forneça a máxima carga crítica de flambagem.

Percebe-se que as geometrias otimizadas foram definidas de acordo com o Princípio Constructal da ótima distribuição de imperfeições, mostrando que a Teoria Constructal pode ser usada para obter as formas ótimas em problemas de mecânica dos sólidos com a mesma eficiência que é usada em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor.

Observou-se que para todos os valores de \emptyset analisados, a placa que apresenta melhor desempenho quando comprimida axialmente é a que possui a maior relação H/L .

No que diz respeito à análise individual de cada placa, a que obteve o maior acréscimo percentual no valor de carga crítica de flambagem em relação à uma placa sem furo foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), chegando a 198,98%. A placa que apresentou o menor acréscimo percentual foi a placa 4 ($H/L = 0.25$), com 7,72%.

Ao realizar uma comparação global entre as placas, a que obteve o melhor desempenho foi a placa 1 ($H/L = 1.00$), apresentando uma carga crítica máxima de flambagem 176.85% maior que a carga crítica máxima na placa de pior desempenho, placa 4 ($H/L = 0.25$).

Uma sequência natural deste trabalho é a investigação do comportamento estrutural de placas finas perfuradas sob compressão uniaxial, considerando ambas as não linearidades geométricas e materiais.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Åkesson, B., 2007. Plate buckling in bridges and other structure. Taylor & Francis.
- ANSYS User's Manual (version 10.0), 2005. Swanson Analysis System Inc, Houston.
- Cheng, e Zhao, J., 2010. "Strengthening of perforated plates under uniaxial compression: Buckling analysis". *Thin-Walled Structures*, Vol. 48, pp. 905-914.
- El-Sawy, K.M. e Nazmy, A.S., 2001. "Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes". *Thin-Walled Structures*, Vol. 39, pp. 983-998.
- El-Sawy, K.M., Nazmy, A.S. e Martini, M.I., 2004. "Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression". *Thin-Walled Structures*, Vol. 42, pp. 1083-1101.
- El-Sawy, K.M. e Martini, M.I., 2007. "Elastic stability of bi-axially loaded rectangular plates with a single circular hole". *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp. 122-33.
- Lorente, S., Lee, J. e Bejan, A., 2010. "The "flow of stresses" concept: the analogy between mechanical strength and heat convection". *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 2963-2968.
- Madenci, E. e Guven, I., 2006. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®*. Ed. Springer.
- Maiorana, Pellegrino, C. e Modena, C., 2008. "Linear buckling analysis of perforated plates subjected to localized symmetrical load". *Engineering Structures*, Vol. 30, pp. 3151-3158.
- Maiorana, Pellegrino, C. e Modena, C., 2009. "Non-linear analysis of perforated steel plates subjected to localized symmetrical load". *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 65, pp. 959-964.
- Megson, T.H.G., 2005. *Structural and Stress Analysis*. Ed. Elsevier Butterworth-Heinemann.
- Moen, D. e Schafer, B.W., 2009. "Elastic buckling of thin plates with holes in compression or bending". *Thin-Walled Structures*, Vol. 47, pp. 1597-1607.
- Paik, J.K., 2007a. "Ultimate strength of perforated steel plates under edge shear loading". *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp. 301-306.
- Paik, J.K., 2007b. "Ultimate strength of perforated steel plates under axial compressive loading along short edges". *Ships and Offshore Structures*, Vol. 2.
- Paik, J.K., 2008. "Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads". *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, pp. 207-213.
- Przemieniecki, J.S., 1985. *Theory of Matrix Structural Analysis*. Ed. Dover Publications.
- Real, M.V. e Isoldi, L.A., 2010. "Finite element buckling analysis of uniaxially loaded plates with holes". in *Southern Conference on Computational Modeling*, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, pp. 69-73.
- Real, M.V., Isoldi, L.A., Correia, A.L.G., Vaz, J., dos Santos, E.D. e Rocha, L.A.O., 2011. "Geometric optimization based on the constructal design of perforated thin plates subject to buckling". in *Constructal Law Conference*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Vol. 1, pp. 1-9.
- Wang, C.M., Wang, C.Y. e Reddy, J.N., 2005. *Exact solutions for buckling of structural members*. CRC Press.

6. AVISO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso incluído neste paper.